

## Färbungen

– Aufgaben –

### Aufgabe 1:

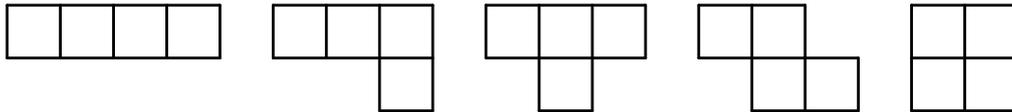
Zeige: Entfernt man von einem  $4 \times 4$  – Quadrat die gegenüber liegenden Eckfelder, so lässt sich die verbleibende Fläche nicht mit Dominosteinen überdecken.

### Aufgabe 2:

Zeige: Entfernt man von einem  $8 \times 8$  – Quadrat (Schachbrett) die gegenüber liegenden Eckfelder, so lässt sich die verbleibende Fläche nicht mit 31 Dominosteinen überdecken.

### Aufgabe 3:

Kann man die fünf Tetrominos so anordnen, dass ein Rechteck entsteht?



### Aufgabe 4:

Zeige: Ein  $10 \times 10$  – Brett lässt sich nicht durch 25 Rechtecke der Form  $4 \times 1$  ( $I$  – Tetrominos) überdecken.

### Aufgabe 5:

Man beweise, dass sich das  $10 \times 10$  – Quadrat nicht mit 25  $T$  – Tetrominos überdecken lässt!

### Aufgabe 6:

Ein  $3 \times 3 \times 3$  – Würfel besteht aus 27 einzelnen kleinen Holzwürfeln. Ein Holzwurm, der in dem kleinen Würfel in der Mitte sitzt, will sich nach außen durchfressen und sich dabei durch alle kleinen Würfel jeweils durch die Seitenwände durchbeißen. Kann ihm das gelingen?

### Aufgabe 7:

Kann man 53 Quader vom Format  $4 \times 1 \times 1$  ( $I$  – Tetrominos) in einen  $6 \times 6 \times 6$  – Würfel packen?

**Aufgabe 8:**

Ist es möglich, ein  $4 \times 4$  – Brett durch drei  $L$  – Tetrominos und ein  $2 \times 2$  – Quadrat abzudecken?

**Aufgabe 9:**

Zeige: Ein  $4 \times 11$  – Rechteck lässt sich nicht durch  $L$  – Tetrominos überdecken.

**Aufgabe 10:**

Zeige: Ein  $8 \times 8$  – Schachbrett lässt sich nicht durch 15  $T$  – Tetrominos und ein  $2 \times 2$  – Quadrat überdecken.

**Aufgabe 11:**

Zeige: Ein  $8 \times 8$  – Brett lässt sich nicht durch 15  $L$  – Tetrominos und ein  $2 \times 2$  – Quadrat überdecken.

**Aufgabe 12:**

Zeige: Ist ein Rechteck mit  $2 \times 2$  – und  $4 \times 1$  – Platten bedeckt, so kann man es nicht mehr überdecken, wenn man eine Platte der einen Sorte durch eine Platte der anderen Sorte ersetzt.

**Aufgabe 13:**

Kann man ein  $8 \times 8$  – Brett so mit 21 Rechtecken der Form  $3 \times 1$  ( $I$  – Triminos) auslegen, dass genau ein  $1 \times 1$  – Quadrat nicht überdeckt wird?

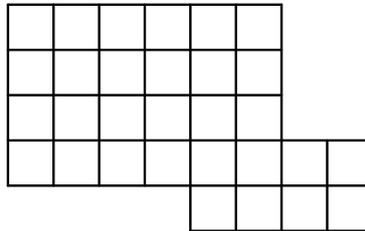
Wenn ja, wo kann dieses Quadrat liegen?

**Aufgabe 14:**

- a) Ist es möglich, ein  $4 \times 4$  – Brett durch  $T$  – Tetrominos abzudecken?
- b) Ist es möglich, ein  $6 \times 6$  – Brett durch  $T$  – Tetrominos abzudecken?
- c) Sei  $n$  eine gerade Zahl. Für welche  $n$  ist es möglich, ein  $n \times n$  – Brett mit  $T$  – Tetrominos zu überdecken?

**Aufgabe 15:**

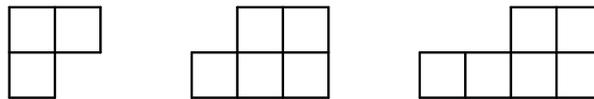
Gegeben ist die folgende Figur aus 30 Quadraten.



Sie soll mit Plättchen derselben Form vollständig ausgelegt werden. Dabei darf man die Plättchen auch umdrehen.

Zeige:

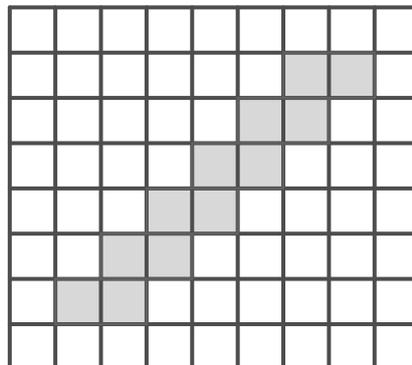
- a) Für jede der drei angegebenen Plättchensorten ist das möglich.



- b) Mit Plättchen der Form  kann die Figur nicht ausgelegt werden.

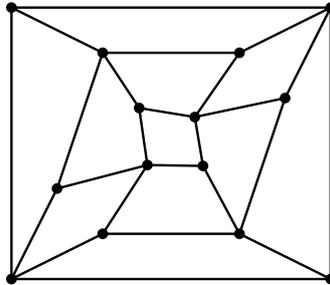
**Aufgabe 16:**

Bestimme die maximale Anzahl an Dominosteinen, die man noch auf das gegebene  $8 \times 9$  – Rechteck legen kann, wobei bereits sechs Dominosteine wie in der Abbildung platziert wurden.



**Aufgabe 17:**

Hier sieht man die Karte eines Straßennetzes, das 14 Städte miteinander verbindet.



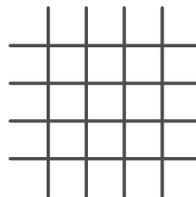
Gibt es einen Weg, auf dem man alle Städte genau einmal besuchen kann?

**Aufgabe 18:**

In einem Supermarkt wird ein Bausatz für ein Grillgitter verkauft. Nach dem Kauf soll man dann selbst das Gitter aus den zehn Einzelstücken in der Abbildung zusammenschweißen.



Auf der Packung ist das fertige Gitter abgebildet.



Zeige, dass das Zusammensetzen des Gitters nicht möglich ist.

**Aufgabe 19:**

Ein  $6 \times 6$  – Quadrat ist mit Dominosteinen bedeckt. Zeige, dass es mindestens eine Strecke gibt, die das Quadrat entlang der Seiten der einzelnen Felder in zwei Rechtecke zerlegt, aber keinen Dominostein schneidet.

**Aufgabe 20:**

Eine kleine Biene und zwölf große Bienen leben in einer 37 – zelligen Bienenwabe, wie in der Abbildung zu sehen ist. Jede große Biene besetzt darin drei Zellen, die paarweise benachbart sind, und die kleine Biene genau eine Zelle. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Bienenwabe in dreizehn nicht überlappende Gebiete aufzuteilen, sodass alle dreizehn Bienen wie oben beschrieben untergebracht werden können?

